

# Catálogo de espaços básicos\*

Tiago J. Fonseca

tfonseca@unicamp.br

27 de julho de 2023

Notação	Nome	Definição
*	ponto	conjunto unitário
$I$	intervalo unitário	$[0, 1] \subset \mathbb{R}$
$\mathbb{R}^n$	espaço euclidiano real de dimensão $n$	$\mathbb{R}^n$
$\mathbb{C}^n$	espaço euclidiano complexo de dimensão $n$	$\mathbb{C}^n$
$D^n$	$n$ -célula	$\{z \in \mathbb{R}^n : \ x\  \leq 1\}$
$S^n$	$n$ -esfera	$\{x \in \mathbb{R}^{n+1} : \ x\  = 1\}$
$T^n$	$n$ -toro	$S^1 \times \dots \times S^1$ ( $n$ vezes)
$\mathbb{RP}^n$	espaço projetivo real de dimensão $n$	$(\mathbb{R}^{n+1} \setminus 0)/\mathbb{R}^\times$
$\mathbb{CP}^n$	espaço projetivo complexo de dimensão $n$	$(\mathbb{C}^{n+1} \setminus 0)/\mathbb{C}^\times$

- Nas definições de espaço projetivo, o quociente é pela ação de grupos dada pelas transformações de homotetia.
- \* é um objeto terminal na categoria Top e existe uma bijeção natural entre  $X$  e  $\text{Top}(*, X)$ .
- Relações básicas:
  - $\mathbb{R}^0 \cong \mathbb{C}^0 \cong D^0 \cong *$
  - $\mathbb{C}^n \cong \mathbb{R}^{2n}$
  - $D^n \cong I \times \dots \times I$  ( $n$  vezes)
  - $S^n \cong D^n / \partial D^n$
  - $S^{n-1} = \partial D^n$
  - $\mathbb{R}^n \cong S^n \setminus x$ , para qualquer  $x \in S^n$
  - $S^1 \cong \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$
  - $D^1 \cong \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$
  - $\mathbb{RP}^n \cong S^n / \sim$ , onde  $x \sim -x$  para todo  $x \in S^n$
  - $\mathbb{RP}^1 \cong S^1$
  - $\mathbb{CP}^n \cong S^{2n+1} / S^1$  (quociente de ação de grupos)
  - $\mathbb{CP}^1 \cong S^2$

---

\*Em construção. Versão atual: <https://tjfonseca.github.io/teaching/espacos.pdf>.